

Homework 6 Key

1	(1) $(x)(Fx \rightarrow \neg Gx)$	A
2	(2) $(\exists x)(Fx \& Gx)$	A
3	(3) $Fa \& Ga$	A
3	(4) Fa	3 & E
3	(5) Ga	3 & E
1	(6) $Fa \rightarrow \neg Ga$	1 UE
1,3	(7) $\neg Ga$	6,4 MPP
1,3	(8) $Ga \& \neg Ga$	5,7 & I
1,3	(9) $\neg(\exists x)(Fx \& Gx)$	2,8 RAA
1,2	(10) $\neg(\exists x)(Fx \& Gx)$	2,3,9 EE
1,2	(11) $(\exists x)(Fx \& Gx) \& \neg(\exists x)(Fx \& Gx)$	2,10 & I
1	(12) $\neg(\exists x)(Fx \& Gx)$	2,11 RAA
1	(1) $(x)((Fx \& Gx) \rightarrow Hx)$	A
2	(2) $\neg(\exists x)Hx$	A
3	(3) Fa	A
4	(4) Ga	A
1	(5) $(Fa \& Ga) \rightarrow Ha$	1 UE
3,4	(6) $Fa \& Ga$	3,4 & I
1,3,4	(7) Ha	5,6 MPP
1,3,4	(8) $(\exists x)Hx$	7 EI
1,2,3,4	(9) $(\exists x)Hx \& \neg(\exists x)Hx$	8,2 & I
1,2,3	(10) $\neg Ga$	4,9 RAA
1,2	(11) $Fa \rightarrow \neg Ga$	3,10 CP
1,2	(12) $(x)(Fx \rightarrow \neg Gx)$	11 UI
1	(1) $(x)(P \vee Fx)$	A
2	(2) $\neg(P \vee (x)Fx)$	A
3	(3) P	A
3	(4) $P \vee (x)Fx$	3 vI
2,3	(5) $(P \vee (x)Fx) \& \neg(P \vee (x)Fx)$	4,2 & I
2	(6) $\neg P$	3,5 RAA
1	(7) $P \vee Fa$	1 UE
8	(8) P	A
9	(9) $\neg Fa$	A
2,8	(10) $P \& \neg P$	8,6 & I
2,8	(11) $\neg \neg Fa$	9,10 RAA
2,8	(12) Fa	11 DN
13	(13) Fa	A
1,2	(14) Fa	7,8,12,13,13 vE
1,2	(15) $(x)Fx$	14 UI
1,2	(16) $P \vee (x)Fx$	15 vI
1,2	(17) $(P \vee (x)Fx) \& \neg(P \vee (x)Fx)$	16,2 & I
1	(18) $\neg \neg(P \vee (x)Fx)$	2,17 RAA
1	(19) $P \vee (x)Fx$	18 DN

1	(1) $(x)Fx \rightarrow P$	A
2	(2) $\neg(\exists x)(Fx \rightarrow P)$	A
3	(3) P	A
4	(4) Fa	A
3	(5) $Fa \rightarrow P$	4,3 CP
3	(6) $(\exists x)(Fx \rightarrow P)$	5 EI
2,3	(7) $(\exists x)(Fx \rightarrow P) \& \neg(\exists x)(Fx \rightarrow P)$	6,2 &I
2	(8) $\neg P$	3,7 RAA
1,2	(9) $\neg(x)Fx$	1,8 MTT
10	(10) $\neg Fa$	A
11	(11) $\neg P$	A
4,10	(12) $Fa \& \neg Fa$	4,10 &I
4,10	(13) $\neg\neg P$	11,12 RAA
4,10	(14) P	13 DN
10	(15) $Fa \rightarrow P$	4,14 CP
10	(16) $(\exists x)(Fx \rightarrow P)$	15 EI
2,10	(17) $(\exists x)(Fx \rightarrow P) \& \neg(\exists x)(Fx \rightarrow P)$	16,2 &I
2	(18) $\neg\neg Fa$	10,17 RAA
2	(19) Fa	18 DN
2	(20) $(x)Fx$	19 UI
1,2	(21) $(x)Fx \& \neg(x)Fx$	20,9 &I
1	(22) $\neg\neg(\exists x)(Fx \rightarrow P)$	2,21 RAA
1	(23) $(\exists x)(Fx \rightarrow P)$	22 DN
1	(1) $\neg(Fa \vee \neg Fa)$	A
2	(2) Fa	A
2	(3) $Fa \vee \neg Fa$	2 vI
1,2	(4) $(Fa \vee \neg Fa) \& \neg(Fa \vee \neg Fa)$	3,1 &I
1	(5) $\neg Fa$	2,4 RAA
1	(6) $Fa \vee \neg Fa$	5 vI
1	(7) $(Fa \vee \neg Fa) \& \neg(Fa \vee \neg Fa)$	6,1 &I
-	(8) $\neg\neg(Fa \vee \neg Fa)$	1,7 RAA
-	(9) $Fa \vee \neg Fa$	8 DN
-	(10) $(x)(Fx \vee \neg Fx)$	9 UI
1	(1) $\neg(\exists x)(Fx \rightarrow (y)Fy)$	A
2	(2) $(y)Fy$	A
3	(3) Fa	A
2	(4) $Fa \rightarrow (y)Fy$	3,2 CP
2	(5) $(\exists x)(Fx \rightarrow (y)Fy)$	4 EI
1,2	(6) $(\exists x)(Fx \rightarrow (y)Fy) \& \neg(\exists x)(Fx \rightarrow (y)Fy)$	5,1 &I
1	(7) $\neg(y)Fy$	2,6 RAA
8	(8) $\neg Fa$	A
9	(9) $\neg(y)Fy$	A
3,8	(10) $Fa \& \neg Fa$	3,8 &I
3,8	(11) $\neg\neg(y)Fy$	9,10 RAA
3,8	(12) $(y)Fy$	11 DN
8	(13) $Fa \rightarrow (y)Fy$	3,12 CP
8	(14) $(\exists x)(Fx \rightarrow (y)Fy)$	13 EI
1,8	(15) $(\exists x)(Fx \rightarrow (y)Fy) \& \neg(\exists x)(Fx \rightarrow (y)Fy)$	14,1 &I
1	(16) $\neg\neg Fa$	8,15 RAA
1	(17) Fa	16 DN

1	(18) $(y)Fy$	17 UI
1	(19) $(y)Fy \& \neg (y)Fy$	18,7 &I
-	(20) $\neg \neg (\exists x)(Fx \rightarrow (y)Fy)$	1,19 RAA
-	(21) $(\exists x)(Fx \rightarrow (y)Fy)$	20 DN